



Bài 1: (1,5 điểm) Giải các phương trình

a) $-\cos^2 x + 3\cos x + 4 = 0.$

b) $2\sin^2 2x - \cos 2x = \sin 4x - \sin 2x.$

Bài 2: (0,75 điểm) Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$ với các chữ số chẵn và lẻ nằm xen kẽ nhau và $a_1 < a_3 < a_5$; $a_2 < a_4 < a_6$?

Bài 3: (0,75 điểm) Một hộp chứa 10 quả cầu khác nhau, gồm 6 quả màu đỏ và 4 quả màu đen. Chọn ngẫu nhiên và đồng thời 3 quả cầu trong hộp. Tính xác suất để 3 quả cầu được chọn có đủ 2 màu?

Bài 4: (1 điểm) Tìm hệ số của số hạng chứa x^{13} trong khai triển Newton của $\left(2x^3 + \frac{1}{3x}\right)^n$ biết

n là số nguyên dương thỏa: $C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 = 61n$.

Bài 5: (1 điểm) Dùng phương pháp qui nạp toán học, chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n ta luôn có: $A_n = 7^n + 3n - 1$ chia hết cho 9.

Bài 6: (1 điểm) Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} u_7 - u_3 = 8 \\ u_2 \cdot u_7 = 75 \end{cases}$.

Bài 7: (4 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn $AD = 2BC$. Gọi O là giao điểm của AC và BD .

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .

b) Gọi G là trọng tâm $\triangle SAD$. Chứng minh rằng $OG \parallel mp(SAB)$.

c) Gọi E là điểm trên cạnh AD sao cho $ED = 2EA$. Chứng minh rằng $mp(OGE) \parallel mp(SAB)$.

d) Gọi F là giao điểm của SC và mặt phẳng (OGE) . Tính tỉ số $\frac{FS}{FC}$.

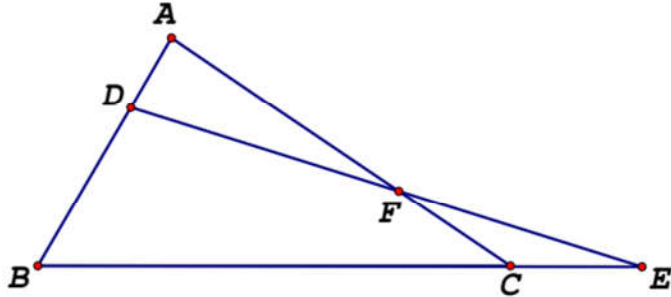
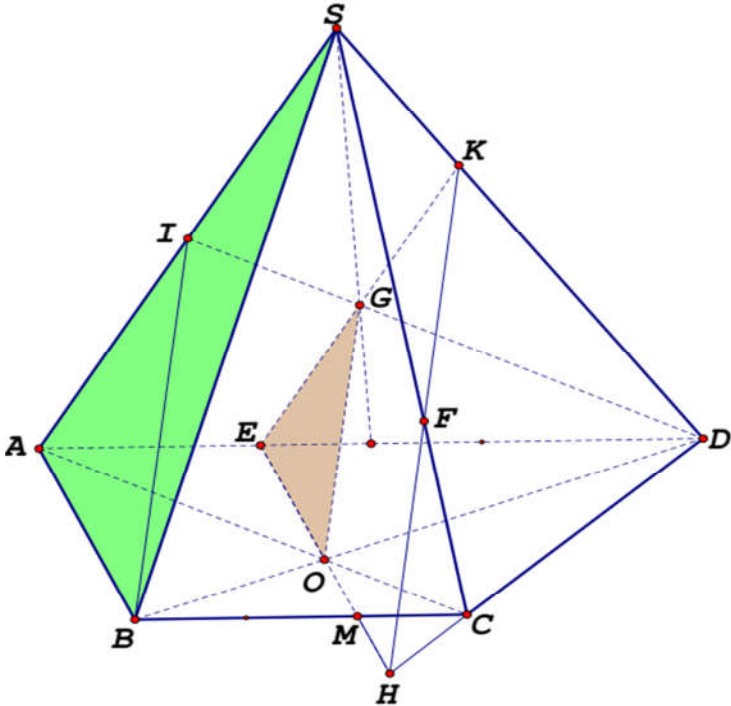
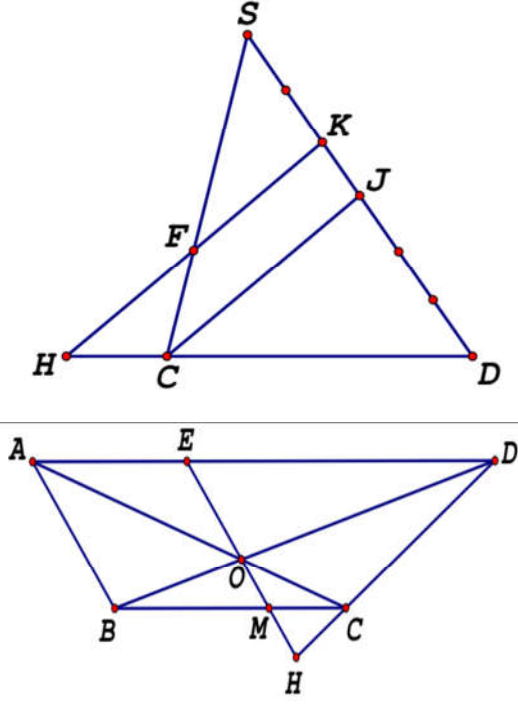
HẾT

Họ tên học sinh: Số báo danh:

ĐÁP ÁN & BIỂU ĐIỂM ĐỀ 2

Bài 1a: $-\cos^2 x + 3\cos x + 4 = 0$	0.75đ
• Pt $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 & (\text{nhận}) \\ \cos x = 4 & (\text{loại}) \end{cases} \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$	0.25x3
Bài 1b: $2\sin^2 2x - \cos 2x = \sin 4x - \sin 2x$	0.75đ
• Pt $\Leftrightarrow (2\sin 2x + 1) \cdot (\sin 2x - \cos 2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = -\frac{1}{2} \\ \tan 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \end{cases}$	0.25x3
Bài 2: $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$; chẵn lẻ xen kẽ; $a_1 < a_3 < a_5$; $a_2 < a_4 < a_6$	0.75đ
• TH1: a_1 chẵn. Chọn 3 chữ số chẵn từ $\{2, 4, 6, 8\}$ và xếp thứ tự từ nhỏ đến lớn vào các vị trí $a_1, a_3, a_5 \Rightarrow C_4^3$ cách. Chọn 3 chữ số lẻ từ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ và xếp thứ tự từ nhỏ đến lớn vào các vị trí $a_2, a_4, a_6 \Rightarrow C_5^3$ cách. Vậy có $C_4^3 \cdot C_5^3$ số	0.25
• TH2: a_1 lẻ. Chọn 3 chữ số lẻ từ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ và xếp thứ tự từ nhỏ đến lớn vào các vị trí $a_1, a_3, a_5 \Rightarrow C_5^3$ cách. Chọn 3 chữ số chẵn từ $\{0, 2, 4, 6, 8\}$ và xếp thứ tự từ nhỏ đến lớn vào các vị trí $a_2, a_4, a_6 \Rightarrow C_5^3$ cách. Vậy có $C_5^3 \cdot C_5^3$ số	0.25
• Có tất cả $C_4^3 \cdot C_5^3 + C_5^3 \cdot C_5^3 = 140$ số tự nhiên.	0.25
Bài 3: Xác suất để 3 quả cầu được chọn có đủ 2 màu	0.75đ
• $n(\Omega) = C_{10}^3$	0.25
• A: “Chọn được 3 quả cầu có đủ 2 màu” TH1: 2 đỏ, 1 đen $\Rightarrow C_6^2 \cdot C_4^1$ cách TH2: 1 đỏ, 2 đen $\Rightarrow C_6^1 \cdot C_4^2$ cách $\Rightarrow n(A) = C_6^2 \cdot C_4^1 + C_6^1 \cdot C_4^2 = 96$	0.25
• $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{5}$	0.25
Bài 4: $\left(2x^3 + \frac{1}{3x}\right)^n$; $C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 = 61n$	1đ
• ĐK: $n \in \mathbb{N}^*, n \geq 3$	

• $Pt \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{6} - 61n = 0 \Leftrightarrow n = 19$	0.25
• $\left(2x^3 + \frac{1}{3x}\right)^{19} = \sum_{k=0}^{19} C_{19}^k \cdot (2x^3)^{19-k} \cdot \left(\frac{1}{3x}\right)^k = \sum_{k=0}^{19} C_{19}^k \cdot \frac{2^{19-k}}{3^k} \cdot x^{57-4k}$	0.25
• Hệ số của x^{13} ứng với $57 - 4k = 13 \Leftrightarrow k = 11$	0.25
• Hệ số cần tìm là $C_{19}^{11} \cdot \frac{2^8}{3^{11}}$	0.25
Bài 5: $A_n = 7^n + 3n - 1$ chia hết cho 9.	1đ
• $n = 1$: $A_1 = 9 : 9$	0.25
• Giả sử với $n = k$, ta có $A_k = 7^k + 3k - 1 : 9$	0.25
Xét $n = k + 1$, ta cần chứng minh $A_{k+1} = 7^{k+1} + 3k + 2 : 9$	0.25
Thật vậy, $A_{k+1} = 7 \cdot 7^k + 3k + 2 = 7 \cdot (7^k + 3k - 1) + 9(-2k + 1) : 9$	0.25
• Theo nguyên lý quy nạp: A_n đúng với mọi số nguyên dương n .	
Bài 6: $\begin{cases} u_7 - u_3 = 8 \\ u_2 \cdot u_7 = 75 \end{cases}$	1đ
• $Hpt \Leftrightarrow \begin{cases} (u_1 + 6d) - (u_1 + 2d) = 8 \\ (u_1 + d) \cdot (u_1 + 6d) = 75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ u_1^2 + 14u_1 - 51 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ u_1 = 3 \vee u_1 = -17 \end{cases}$	0.25x4
Bài 7a: $(SAD) \cap (SBC) = ?$	1đ
$\left. \begin{array}{l} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD // BC \\ AD \subset (SAD), BC \subset (SBC) \end{array} \right\} \Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sx // AD // BC$	0.25x4
Bài 7b: $OG // (SAB)$	1đ
• Gọi I là trung điểm SA	0.25
• $\frac{OB}{OD} = \frac{GI}{GD} = \frac{1}{2} \Rightarrow OG // BI$	0.25x2
• Mà $BI \subset (SAB)$ nên $OG // (SAB)$	0.25
Bài 7c: $(OGE) // (SAB)$	1đ
• $OG // (SAB)$ (cmt) (1)	0.25
$\left. \begin{array}{l} GE // SA \\ GE \subset (OGE) \end{array} \right\} \Rightarrow GE // (SAB)$ (2)	0.25x2
• (1) & (2): $(OGE) // (SAB)$	0.25
Bài 7d: $\frac{FS}{FC} = ?$	1đ

• $OE \cap CD = H; GE \cap SD = K; HK \cap SC = F \Rightarrow \{F\} = SC \cap (OGE)$	0.25
Cách 1: • Kẻ $CJ // HK$. ΔSCJ: $\frac{FS}{FC} = \frac{KS}{KJ}$.	0.25
• ΔSAD: $\frac{KD}{KS} = \frac{ED}{EA} = 2$	0.25
• ΔEHD: $\frac{HC}{HD} = \frac{MC}{ED} = \frac{MC}{2EA} = \frac{1}{4}$; ΔKHD: $\frac{KJ}{KD} = \frac{HC}{HD} = \frac{1}{4}$.	0.25
• (3), (4), (5): $\frac{FS}{FC} = 2$.	0.25
Cách 2: • Chứng minh định lý Menelaus:” Cho ΔABC với 3 điểm D, E, F lần lượt nằm trên 3 đường thẳng AB, BC, CA. Nếu D, E, F thẳng hàng thì $\frac{DA}{DB} \cdot \frac{EB}{EC} \cdot \frac{FC}{FA} = 1$“ 	0.5 (Chỉ CM mà không tính: 0đ. Tính mà không chứng minh: -0.5đ)
• Áp dụng vào ΔSCD với 3 điểm thẳng hàng H, F, K suy ra $\frac{FS}{FC} = 2$.	0.25
 	

HẾT